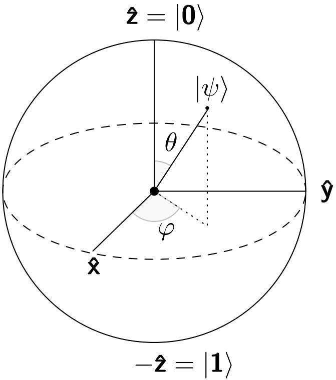
Applicazioni Sfera di Bloch



Operatore o Porta Logica di Hadamard

Esistono un certo numero di porte logiche quantistiche di uso frequente simili alle porte logiche classiche come NOT o XOR.

Un importante esempio è l'operatore di Hadamard a singolo-qubit che ha numerose applicazioni nella computazione quantistica.

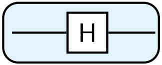
Qui ci occuperemo dell'operatore di Hadamard solo per illustrare come questo possa essere rappresentato sulla sfera di Bloch.

Operatore o Porta Logica di Hadamard

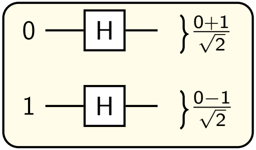
L'operatore Hadamard applicato a un qubit con il valore $|0\rangle$ o $|1\rangle$ produce una sovrapposizione uguale degli stati $|0\rangle$ e $|1\rangle$, uguale probabilità del qubit nello stato $|1\rangle$ o $|0\rangle$.

L'operatore Hadamard è anche indicato come "lancio di monete",

Il simbolo è il seguente:

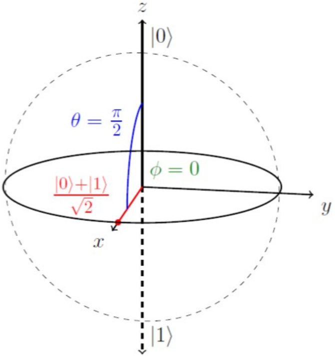


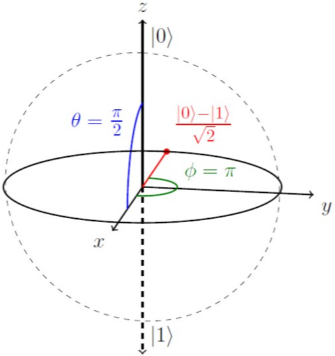
Operatore o Porta Logica di Hadamard



$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \langle 0| + \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \langle 1| \qquad (1)$$

Operatore o Porta Logica di Hadamard





Dal punto di vista geometrico, l'operatore Hadamard esegue una rotazione di $\pi/2$ sull'asse y seguita da una rotazione attorno all'asse x di π radianti sulla sfera Bloch.

Qubit Ortogonale

Consideriamo un generico qubit $|\psi\rangle$

$$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$$

e il qubit $|\chi\rangle$ corrispondente al punto opposto sulla sfera di Bloch:

$$\begin{aligned}|\chi\rangle &= \cos\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i(\phi+\pi)}\sin\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right)|1\rangle \\ &= \cos\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right)|0\rangle - e^{i\phi}\sin\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right)|1\rangle\end{aligned}$$

Quindi si ha:

$$\langle\chi|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right)$$

Qubit Ortogonale

$$\langle \chi | \psi \rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi - \theta}{2}\right)$$

Poichè vale la relazione $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$, si ha:

$$\langle \chi | \psi \rangle = \cos\frac{\pi}{2} = 0$$

Quindi punti opposti sulla sfera di Bloch corrispondono a stati ortogonali.

Nel sistema di coordinate della sfera di Bloch, con $\theta' = \theta/2$, i due punti sono ortogonali quando sono distanti $-90°$.